2020 年韶关学院 专插本考试大纲
《数学与应用数学专业》高等代数

I 考试性质

普通高等学校本科插班生（又称专插本）招生考试是由专科毕业生参加的选拔性考试。高等学校根据考生的成绩，按照已确定的招生计划，德、智、体全面衡量，择优录取。因此，本科插班生考试应有较高信度、效度、必要的区分度和适当的难度。

II 考试内容

总体要求：要求考生比较系统地理解高等代数的基本概念和基本理论，掌握高等代数的基本思想和方法。要求考生具有抽象思维能力、逻辑推理能力、运算能力和综合运用所学的知识分析问题和解决问题的能力。

第一章、多项式理论

考试内容

多项式的相关概念和基本性质一元多项式的带余除法最大公因式的性质多项式唯一分解定理多元多项式的概念和对称多项式的基本性质

考试要求

1．理解和掌握基本概念，如整除、不可约性、互素、重因式、对称多项式等，熟悉一元多项式最大公因式的性质，知道多项式在复数域、实数域及有理数域上分解的特殊性。

2．熟悉(Euclid)带余除法，准确理解多项式唯一分解定理，能够理解和运用余数定理和重因式判定定理。

3．理解高斯(Gauss)引理，能够运用艾森斯坦(Eisenstein)判别法判定整系数多项式在有理数域上的不可约性。

4．理解代数基本定理。

第二章、行列式

考试内容

行列式的概念和基本性质行列式计算行列式按行(列)展开定理

考试要求

1.理解行列式的概念，掌握行列式的性质。

2.会应用行列式概念和基本性质计算行列式，能够熟练掌握行列式按行(列)展开定理，能够运用递推公式计算一些经典类型的行列式。

3. 会利用 Cramer 法则解线性方程组。

第三章、线性方程组

考试内容

线性方程组有解的充分必要条件；齐次线性方程组有非零解的充分必要条件；矩阵的秩的求法

考试要求

1. 掌握齐次线性方程组有非零解的充分必要条件及非齐次线性方程组有解的充分必要条件。

2. 熟练掌握齐次线性方程组的基础解系、通解及解空间的概念，掌握齐次线性方程组的基础解系和通解的求法。

3. 掌握用初等行变换求解线性方程组的方法。

第四章、矩阵

考试内容

矩阵的概念矩阵的基本运算矩阵的转置伴随矩阵逆矩阵的概念和性质矩阵可逆的充分必要条件矩阵的初等变换和初等矩阵矩阵的秩矩阵的等价分块矩阵及其运算

考试要求

1. 理解矩阵的概念，了解单位矩阵、数量矩阵、对角矩阵、三角矩阵、对称矩阵和反对称矩阵，熟悉它们的基本性质。

2. 掌握矩阵的数乘、加法、乘法、转置等运算。了解方阵的多项式概念。

3. 理解逆矩阵的概念，掌握可逆矩阵的性质，以及矩阵可逆的判别条件，理解伴随矩阵的概念，会用伴随矩阵求逆矩阵。

4. 掌握矩阵的初等变换、初等矩阵的性质和矩阵等价的条件，理解矩阵的秩的概念，了解矩阵的秩与行列式的关系。了解矩阵乘积的秩与因子矩阵的秩的关系，熟练掌握用初等变换求矩阵的秩和逆矩阵的方法。

5. 熟悉分块矩阵及其运算。

第五章、线性空间

考试内容

线性空间的概念与基本性质线性空间的维数、基与向量的坐标线性空间中的基变换与坐标变换过渡矩阵线性子空间及其运算线性空间的同构

考试要求

1. 理解线性空间的概念掌握线性子空间的判定方法。

2. 掌握线性空间的维数、基和坐标等基本概念和性质。

3. 掌握线性空间的基变换公式和坐标变换与过渡矩阵的关系。

4. 理解生成子空间的概念，掌握求子空间基和维数的方法。

5. 掌握子空间的交、和、直积运算及其性质。

6. 了解线性空间同构的概念，了解同构映射的性质。

第六章、线性变换，矩阵的特征值和特征向量

考试内容

线性变换的概念和简单性质；线性变换的运算线性变换的矩阵；线性变换(矩阵)的特征值、特征向量和特征子空间线性变换的特征多项式；　矩阵相似的概念及性质矩阵可对角化的充分必要条件。

考试要求

1.掌握线性变换的概念、基本性质及运算。

2.理解线性变换的矩阵，了解线性变换与矩阵的对应关系。

3.掌握线性变换及其矩阵的特征值、特征向量、特征多项式的概念及性质，能够熟练地求解线性变换及矩阵的特征值和特征向量。

4.了解关于特征多项式的 Hamilton-Caylay 定理，了解矩阵的迹。

5.把握线性变换的特征子空间、线性变换的不变子空间的概念。

6.掌握矩阵相似的概念、性质及矩阵可对角化的充分必要条件。熟悉将矩阵化为对角矩阵的方法。

第七章、欧几里德空间

考试内容

线性空间内积的定义及其性质、欧几里德空间的概念标准(规范)正交基施密特(Schmidt)正交化过程、正交矩阵正交变换及其性质正交子空间、正交补及其性质实对称矩阵的特征值、特征向量及相似对角矩阵欧几里德空间的同构。

考试要求

1.掌握线性空间内积、向量的正交、欧几里德空间等基本概念及性质。

2.理解正交变换和正交矩阵的关系，欧几里德空间中过渡矩阵的特殊性。

3.理解和掌握标准(规范)正交基的概念，掌握标准(规范)正交基的求法(施密特正交化过程)，了解标准正交基下度量矩阵、向量坐标及内积的特殊表达。

4.掌握正交矩阵的概念及性质，了解正交矩阵与标准正交基的过渡矩阵之间的关系。

5.理解和掌握正交变换的概念及其性质，了解正交变换和正交矩阵之间的关系。

6.理解正交子空间、正交补的概念及性质。

7.熟练掌握对称矩阵的特征值和特征向量的特殊性质，对给定的实对称矩阵 A 会求正交矩阵 T 使 T′AT 成为对角矩阵。

8.了解欧几里德空间同构的概念和性质，了解有限维欧几里德空间同构的充分必要条件。

第八章、二次型

考试内容

二次型及其矩阵表示非退化线性替换与矩阵合同、二次型的秩惯性定理二次型的标准形和规范形、二次型及实对称矩阵的正定性。

考试要求

1.掌握二次型及其矩阵表示，理解非退化线性替换与矩阵合同的概念及性质，清楚二次型的非退化线性替换与二次型矩阵合同的关系。

2.熟练掌握二次型的标准形、秩、规范形的概念以及惯性定理，理解复对称矩阵合同的充分必要条件。

3.会用配方法化二次型为标准形。

4.掌握二次型及实对称矩阵正定的概念及性质，掌握二次型及实对称矩阵正定的判别法。

III. 考试形式及试卷结构

一、考试形式

闭卷、笔试。试卷满分为 100 分，考试时间为 120 分钟。

二、试卷题型比例

填空题：约占 24%；

选择题：约占 18%；

计算题：约占 15%

证明题：约占 15%

辨析题：约占 10%

综合题：约占 18%

三、试卷题型示例

1. 填空题（每空 2 分）

最小的数域是________ （有理数域或 Q）

2. 选择题（每题 3 分）

设 A，B 分别为 m×n，n×m 非零矩阵，且 AB=0. 则（ A ）

A. A 的列向量线性相关，B 的行向量线性无关；

B. A 的列向量线性相关，B 的行向量线性相关；

C. A 的行向量线性相关，B 的列向量线性无关；

D. A 的行向量线性相关，B 的列向量线性相关.

3. 计算题(15 分)

已知多项式 $f(x)=x^4+2x^3-x^2-4x-2$，$g(x)=x^4+x^3-x^2-2x-2$，求 $u(x)$，$v(x)$ 使得 $u(x)f(x)+v(x)g(x)=(f(x),g(x))$.

4. 辨析题(10 分，判断以下命题是否正确，如果你认为是正确的，请给予证明；错误的请举出反例，并加以说明. 光有判断不给分.)

不同特征值的特征向量的和一定不是特征向量.

5. 证明题(15 分)

用综合除法和 Eisenstein 判别法证明多项式 f(x)=x6+x3+1 在有理数域上不可约.

6. 综合题(18 分)

已知实二次型 $q(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+2x_2^2+2x_3^2+2x_1x_2+2x_1x_3+2x_2x_3$.

1). 写出二次型 q 的矩阵 A；A 是否是正定矩阵？

2). 求 A 的全部特征值和相应的特征向量.

3). 求正交变换 $X=QY$, $X=(x_1,x_2,x3)^T$，$Y=(y_1,y_2,y_3)^T$，将二次型化为标准形，并写出相应的正交变换和标准形.

Ⅳ. 参考书目

① 《高等代数》（第五版） 张禾瑞等主编 2007 高等教育出版社。

② 《高等代数》（第四版） 北京大学数学系编 2013 高等教育出版社

③ 《高等代数导教导学导考》 徐仲等主编 2004 西北工业大学出版社

2020 年韶关学院 专插本考试大纲
《数学与应用数学专业》高等代数

Ⅰ考试性质

普通高等学校本科插班生（又称专插本）招生考试是由专科毕业生参加的选拔性考试.高等学校根据考生的成绩，按照已确定的招生计划，德、智、体全面衡量，择优录取.因此，本科插班生考试应有较高信度、效度、必要的区分度和适当的难度.

Ⅱ考试内容

总体要求：要求考生在了解和掌握解析几何基本概念、基本理论知识的基础上，掌握向量的应用以及向量积、数量积、混合积的计算及其运算规律；掌握轨迹方程的求法，曲面以及曲线的一般方程与参数方程；掌握平面与空间直线的方程求法，以及各种位置关系及判别方法；掌握柱面，锥面，旋转曲面和二次曲面的性质，掌握利用平行截割法作二次曲面及空间区域的图形，提高空间想象能力；了解二次曲线与二次曲面的一般理论，掌握基本的概念，能判断二次曲线与二次曲面方程的分类.

第一章 向量与坐标

1. 考试内容

(1)向量的概念

(2)向量的加法

(3)数量乘向量

(4)向量的线性关系与向量的分解

(5)标架与坐标

(6)向量在轴上的射影

(7)两向量的数量积

(8)两向量的向量积

(9)三向量的混合积

(10)三向量的双重向量积

2. 考试要求

(1)透彻理解向量的有关基本概念.

(2)牢固掌握向量的各种运算及其对应的几何意义与运算规律.

(3) 理解坐标系建立的依据以及向量与点坐标的意义，熟练地利用向量的坐标进行运算.

(4)利用向量代数的知识解决某些初等几何问题.

第二章 轨迹与方程

1. 考试内容

(1)平面曲线的方程

(2)曲面的方程

(3)空间曲线的方程

2. 考试要求

掌握根据图形的性质，利用坐标法，建立空间曲面与曲线方程的一般步骤.了解空间曲面与曲线方程的一般形式以及参数方程.

第三章 平面与空间直线

1. 考试内容

(1)平面的方程

(2)平面与点的相关位置

(3)两平面的相关位置

(4)空间直线的方程

(5)直线与平面的相关位置

(6)空间直线与点的相关位置

(7)空间两直线的相关位置

(8)平面束

2. 考试要求

理解并熟练掌握利用向量建立平面和直线的向量式方程和坐标式方程，掌握平面和直线方程的各种表示形式，能根据所给的条件求出适当的平面或直线的方程；掌握平面与平面、直线与平面、直线与直线的各种位置关系及其判断方法，掌握有关的计算公式，能根据所给的条件进行正确的论证和计算；理解平面束的概念，能利用平面束来解决有关的问题.

第四章 柱面、锥面、旋转曲面与二次曲面

1. 考试内容

(1)柱面

(2)锥面

(3)旋转曲面

(4)椭球面

(5)双曲面

(6)抛物面

(7)单叶双曲面与双曲抛物面的直母线

2. 考试要求

(1)掌握柱面、锥面、旋转曲面方程的导出方法与过程.

(2)能够利用二次曲面标准方程的特点，研究二次曲面的特征.

(3)掌握利用平行截割法作二次曲面及空间区域的图形

(4)掌握单叶双曲面与双曲抛物面的直纹性质.

第五章　二次曲线的一般理论

1. 考试内容

(1)二次曲线与直线的相关位置

(2)二次曲线的渐近方向、中心、渐近线

(3)二次曲线的切线

(4)二次曲线的直径

(5)二次曲线的主直径与主方向

(6)二次曲线方程的化简与分类

(7)应用不变量化简二次曲线的方程

2. 考试要求：

(1)掌握二次曲线的概念

(2)了解二次曲线的渐近方向、中心、渐近线、切线、直径及主方向的概念，基本掌握一些概念的求法

(3)了解二次曲线的分类与化简方法

(4)会判断一般二次曲线方程的类型

第六章二次曲面的一般理论

1. 考试内容

(1)二次曲面与直线的相关位置

(2)二次曲面的渐近方向与中心

(3)二次曲面的切线与切平面

(4)二次曲面的径面与奇向

(5)二次曲面的主径面与主方向，特征方程与特征根

(6)二次曲面的方程化简与分类

(7)应用不变量化简二次曲面的方程

2. 考试要求

(1)掌握二次曲面的概念

(2)了解二次曲面的渐近方向、中心、切线、切平面、径面、奇向、主径面、主方向

的概念，基本掌握一些概念的求法

(3)了解二次曲面的分类与化简方法

(4)会判断一般二次曲面方程的类型

III. 考试形式及试卷结构

一、考试形式

闭卷、笔试. 试卷满分为 100 分，考试时间为 120 分钟.

二、试卷题型及比例

题型：选择题、填空题、计算题、证明题

比例：基础概念理解题：25%；

基本计算题：30%；

基本原理应用：35%；

综合运用提高：10%.

三、试卷题型示例及答案

(一). 单项选择题（每小题 2 分）

1. 如果向量 $\vec{q}=(\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}-(\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b}$，那么（C ）.

(A) $\vec{q}=\vec{0}$ (B) $\angle(\vec{q},\vec{a})=\pi$ (C) $\angle(\vec{q},\vec{a})=\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\angle(\vec{q},\vec{a})=0$

(二) 填空题(每小题 2 分)

2. 平面 $3x-2y+6z+14=0$ 的法式化因子 $\lambda=$（ $-\dfrac{1}{7}$ ）

(三) 计算题(每小题 12 分)

3. 求两异面直线 $l_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$，$l_2:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ 公垂线的一般方程

解： $\{1,-1,1\}\times\{2,1,1\}=\{-2,1,3\}$ （3 分）

$$\begin{cases}\begin{vmatrix}x & y & z+1\\ 1 & -1 & 1\\ -2 & 1 & 3\end{vmatrix}=-4x-5y-z-1=0\\ \begin{vmatrix}x-1 & y-1 & z-1\\ 2 & 1 & 1\\ -2 & 1 & 3\end{vmatrix}=x-4y+2z+1=0\end{cases}$$ （6 分）

$\therefore$ 公垂线的一般方程为: $\begin{cases}4x+5y+z+1=0\\ x-4y+2z+1=0\end{cases}$ （3 分）

(四) 证明题(每小题 12 分)

4. 设点 $M(a,b,c)$ 到平面的距离为 d，且平面法向量的方向余弦分别为 $\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$，证明该平面的方程为 $(x-a)\cos\alpha+(y-b)\cos\beta+(y-c)\cos\gamma\pm d=0$.

证： 因为所求平面法向量的方向余弦分别为 $\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$，则该平面的法向量可以取 $\{\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma\}$，所以可设所求平面方程为

$x\cos\alpha+y\cos\beta+z\cos\gamma+D=0$， （1） (3 分)

因为点 $M(a,b,c)$ 到平面的距离为 d，所以有

$$\frac{|a\cos\alpha+b\cos\beta+c\cos\gamma+D|}{\sqrt{(\cos\alpha)^2+(\cos\beta)^2+(\cos\gamma)^2}}=d，\quad (3\text{ 分})$$

又因为

$$(\cos\alpha)^2+(\cos\beta)^2+(\cos\gamma)^2=1$$

即 $|a\cos\alpha+b\cos\beta+c\cos\gamma+D|=d$，

$$a\cos\alpha+b\cos\beta+c\cos\gamma+D=\pm d$$

$$D=\pm d-(a\cos\alpha+b\cos\beta+c\cos\gamma)\quad (3\text{ 分})$$

代入（1）式即得平面的方程为

$(x-a)\cos\alpha+(y-b)\cos\beta+(y-c)\cos\gamma\pm d=0$. (3 分)

Ⅳ. 参考书目

1.《解析几何》，第四版，吕林根、许子道，高等教育出版社，2006年.
2.《解析几何学习辅导书》，吕林根、许子道，高等教育出版社，2006年.
3.《解析几何》，郑文晶主编，哈尔滨工业大学出版社出版，2008.