机密★启用前

广东省 2005 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

1．下列等式中，不成立的是

A．$\lim\limits_{x\to\pi}\frac{\sin(x-\pi)}{x-\pi}=1$　　B．$\lim\limits_{x\to\infty}x\sin\frac{1}{x}=1$

C．$\lim\limits_{x\to0}x\sin\frac{1}{x}=0$　　D．$\lim\limits_{x\to0}\frac{\sin x^2}{x}=1$

2．设 $f(x)$ 是在（$-\infty,+\infty$）上的连续函数，且 $\int f(x)dx=e^{x^2}+c$，则 $\int\frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx=$

A．$-2e^{x^2}$　　B．$2e^x+c$　　C．$-\frac{1}{2}e^{x^2}+C$　　D．$\frac{1}{2}e^x+C$

3．设 $f(x)=\cos x$，则 $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}=$

A．$-\sin x$　　B．$\cos x$　　C．$-\sin a$　　D．$\sin x$

4．下列函数中，在闭区间[-1，1]上满足罗尔中值定理条件的是

A．$f(x)=|x|$　　B．$f(x)=x^{-2}$　　C．$f(x)=\sqrt{1-x^2}$　　D．$f(x)=x^3$

5．已知 $u=(xy)^x$，则 $\frac{\partial u}{\partial y}=$

A．$x^2(xy)^{x-1}$　　B．$x^2\ln(xy)$　　C．$x(xy)^{x-1}$　　D．$y^2\ln(xy)$

二、填空题（本大题共 5 小题，每个空 3 分，共 15 分）

6．极限 $\lim\limits_{x\to\infty}x\left(e^{\frac{1}{x}}-1\right)$____________.

7．定积分 $\int_{-1}^{1}e^{-x^2}\sin xdx=$____________.

8．设函数 $f(x)=\ln\frac{2-x}{2+x}$，则 $f''(1)=$____________.

9．若函数 $f(x)=\begin{cases}a(x+1), x\le0,\\(1+2x)^{\frac{1}{x}}, x>0.\end{cases}$ 在 x=0 处连续，则 a=____________.

10．微分方程 $\frac{dy}{dx}+2xy=2xe^{-x^2}$ 的通解是____________.

三、计算题（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

11．求极限 $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-\sqrt{n^2+1}\right)$.

12．求极限 $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\int_0^x ln^2(1+t)dt}{x^2}$.

13．已知 $y=\arctan\sqrt{x^2-1}-\frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}$，求 y'.

14．设函数 $y=y(x)$ 是由方程 $\arctan\frac{y}{x}=\ln\sqrt{x^2+y^2}$ 所确定的隐函数，求 $\frac{dy}{dx}$.

15．计算不定积分 $\int(\frac{1}{\sqrt[3]{x}}-\frac{1}{x}+3^x+\frac{1}{\sin^2 x})dx$.

16．计算定积分 $\int_{\ln2}^{2\ln2}\frac{1}{\sqrt{e^t-1}}dt$.

17．求由两条曲线 $y=\cos x, y=\sin x$ 及两条直线 $x=0, x=\frac{\pi}{6}$ 所围成的平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体体积.

18．计算二重积分 $\iint_D \ln(x^2+y^2)\,dxdy$，其中积分区域 $D=\left\{(x,y)\middle|1\le x^2+y^2\le 4\right\}$.

19．求微分方程 $y''+4y'+3y=0$ 满足初始条件 $y(0)=2, y'(0)=6$ 的特解.

20．已知 $z=\sin(xy)+xe^{-xy}$，求全微分 dz.

四、综合题（本大题共 3 小题，第 21 小题 8 分，第 22、23 小题各 6 分，共 20 分）

21．设 $f(x)=xe^{-\frac{1}{2}x^2}$，

（1）求 $f(x)$ 的单调区间及极值；

（2）求 $f(x)$ 的闭区间 $[0,2]$ 上的最大值和最小值.

22．证明：当 $t>0$ 时，$\frac{1}{1+t}<\ln\left(1+\frac{1}{t}\right)<\frac{1}{t}$.

23．已知 $f(\pi)=2$，且 $\int_0^{\pi}[f(x)+f''(x)]\sin x\,dx=5$，求 $f(0)$.