



9. 微分方程  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0$  的通解是  $y =$ \_\_\_\_\_.

10. 设  $u = \ln(x^2 + y^2 + z^2)$ , 则全微分  $du =$ \_\_\_\_\_.

**三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）**

11. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{\tan x} \right)$  的值.

12. 设  $y = \cos^2 x + \ln \sqrt{1+x^2}$ , 求二阶导数  $y''$ .

TM

13. 设函数  $y = y(x)$  由方程  $\arcsin x \cdot \ln y - e^{2x} + y^3 = 0$  确定, 求  $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=0}$ .

14. 计算不定积分  $\int \left[ 2^x - \frac{1}{(3x+2)^3} + \frac{1}{\sqrt{4-x^2}} \right] dx$ .

15. 计算定积分  $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx$ .

16. 设平面图形由曲线  $y = x^3$  与直线  $y = 0$  及  $x = 2$  围成, 求该图形绕  $y$  轴旋转所得的旋转体体积.

17. 设  $f(x+y, x-y) = \arctan \frac{x+y}{x-y}$ , 计算  $y \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} - x \frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$  的值.

18. 计算二重积分  $\iint_D \frac{1}{\sqrt{1+x^2 y^2}} dx dy$ , 其中积分区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 8, y \geq 0\}$ .

**四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）**

19. 若函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续, 且满足  $f(x) + 2 \int_0^x f(t) dt = x^2$ , 求  $f(x)$ .

20. 设函数  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ , (1) 求  $f'(x)$ ; (2) 证明: 当  $x > 0$  时,  $f(x)$  单调增加.

