

机密★启用前

广东省 2010 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、选择题（本大题共 5 题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$ ，则函数 $y = \frac{1}{2}[f(x) - f(-x)]$ 在其定义域上是

- A. 偶函数 B. 奇函数 C. 周期函数 D. 有界函数

2. $x = 0$ 是函数的 $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}}, & x < 0 \\ 0, & x \geq 0 \end{cases}$

- A. 连续点 B. 第一类可去间断点
C. 第一类跳跃间断点 D. 第二类间断点

3. 当 $x \rightarrow 0$ 时，下列无穷小量中，与 x 等价的是

- A. $1 - \cos x$ B. $\sqrt{1+x^2} - 1$ C. $\ln(1+x) + x^2$ D. $e^{x^2} - 1$

4. 若函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续，则下列结论中正确的是

- A. 在区间 (a, b) 内至少存在一点 ξ ，使得 $f(\xi) = 0$
B. 在区间 (a, b) 内至少存在一点 ξ ，使得 $f'(\xi) = 0$
C. 在区间 (a, b) 内至少存在一点 ξ ，使得 $f(b) - f(a) = f'(\xi)(b - a)$
D. 在区间 (a, b) 内至少存在一点 ξ ，使得 $\int_a^b f(x)dx = f(\xi)(b - a)$

5. 设 $f(x+y, xy) = x^2 + y^2 - xy$ ，则 $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} =$

- A. $2y - x$ B. -1 C. $2x - y$ D. -3

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 设 a, b 为常数，若 $\lim_{x \rightarrow \infty} (\frac{ax^2}{x+1} + bx) = 2$ ，则 $a + b =$ _____.

7. 圆 $x^2 + y^2 = x + y$ 在 $(0, 0)$ 点处的切线方程是_____.



8. 由曲线 $y = \frac{1}{x}$ 和直线 $x = 1, x = 2$ 及 $y = 0$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转一周所构成的几何体的体积 $V =$ _____.
9. 微分方程 $y'' - 5y' - 14y = 0$ 的通解是 $y =$ _____.
10. 设平面区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$, 则二重积分 $\iint_D (x^2 + y^2)^2 d\sigma =$ _____.

三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

11. 计算 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{(\pi - 2x)^2}$. TM
12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{2}{x} + \sin 2x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 用导数定义计算 $f'(0)$.
13. 已知点 $(1, 1)$ 是曲线 $y = ae^{\frac{1}{x}} + bx^2$ 的拐点, 求常数 a, b 的值.
14. 计算不定积分 $\int \frac{\cos x}{1 - \cos x} dx$.
15. 计算定积分 $\int_{\ln 5}^{\ln 10} \sqrt{e^x - 1} dx$.
16. 求微分方程 $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \sin x$ 的通解.
17. 已知隐函数 $z = f(x, y)$ 由方程 $x^2 - xy + z^3 = 1$ 所确定, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.
18. 计算二重积分 $\iint_D 2xy dx dy$, 其中 D 是由抛物线 $y = x^2 + 1$ 和直线 $y = 2x$ 及 $x = 0$ 围成的区域.

四、综合题 (本大题共 2 小题, 第 19 小题 10 分, 第 20 小题 12 分, 共 22 分)

19. 求函数 $\Phi(x) = \int_0^x t(t-1) dt$ 的单调增减区间和极值.
20. 已知 $(1 + \frac{2}{x})^x$ 是函数 $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内的一个原函数,
- (1) 求 $f(x)$;
- (2) 计算 $\int_1^{+\infty} f(2x) dx$.

