

机密★启用前

## 广东省 2011 年普通高等学校本科插班生招生考试

# 高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 下列极限等式中，正确的是

A.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

B.  $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = \infty$

C.  $\lim_{x \rightarrow 0} -e^{\frac{1}{x}}$

D.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x} = 1$

2. 若函数是  $f(x) = \begin{cases} (1 + \alpha x)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ 2 + x, & x \leq 0 \end{cases}$  在  $x=0$  处连续，则常数  $\alpha =$

A.  $-\ln 2$

B.  $\ln 2$

C. 2

D.  $e^x$

3. 已知  $f(x)$  的二阶导数存在，且  $f(2) = 1$ ，则  $x = 2$  是函数的  $F(x) = (x - 2)^2 f(x)$  的

A. 极小值点

B. 最小值点

C. 极大值点

D. 最大值点

4. 若  $\int_1^2 x f(x) dx = 2$ ，则  $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx =$

A.  $-\ln 2$

B.  $\ln 2$

C. 2

D.  $e^2$

5. 设  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(2x^2-y^2)}{y}, & y \neq 0 \\ 0, & y = 0 \end{cases}$ ，则  $f'_y(0,0) =$

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 若当  $x \rightarrow \infty$  时， $\frac{kx}{(2x+3)^4}$  与  $\frac{\pi}{x^3}$  是等价无穷小，则常数  $K =$ \_\_\_\_\_.

7. 圆  $\begin{cases} x = t - t^3 \\ y = 2t \end{cases}$ ，则  $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0} =$ \_\_\_\_\_.

8. 已知函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  内连续，且  $y = \int_0^{2x} f\left(\frac{1}{2}t\right) dt - 2 \int(1 + f(x)) dx$ ，则  $y' =$ \_\_\_\_\_.



9. 若二元函数  $Z = \frac{4x-3y}{y^2} (y \neq 0)$ , 则  $\frac{\delta^2 Z}{\delta x \delta y} - \frac{\delta^2 Z}{\delta y \delta x} =$  \_\_\_\_\_.
10. 设平面区域  $D$  由直线  $y = x$ ,  $y = 2$  及  $x = 1$  围成, 则二重积分  $\iint_D x d\sigma =$  \_\_\_\_\_.

**三、计算机 (本大题共 8 小题, 每小题 6 分, 共 48 分)**

11. 计算  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} - \frac{x-1}{\sin x} \right)$ .
12. 已知函数  $f(x)$  的  $n-1$  阶导数  $f^{(n-1)}(x) = \ln(\sqrt{1+e^{-2x}} - e^{-x})$ , 求  $f^{(n)}(0)$ .
13. 求曲线  $y = x - \arctan kx (k < 0)$  的凹凸区间的拐点.
14. 计算不定积分  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{x^2-1}} dx (x > 1)$ .
15. 设  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{1+x^2}, & x > 0 \\ x \cos x, & x \leq 0 \end{cases}$ , 计算定积分  $\int_{-\pi}^1 f(x) dx$ .
16. 求微分方程  $y'' - 2y' + 10y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 3$  的特解.
17. 已知二元函数  $Z = (3x+y)^{2y}$ , 求偏导数  $\frac{\partial Z}{\partial x}$  及  $\frac{\partial Z}{\partial y}$ .
18. 化二次积分  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{1}{1+x^2+y^2} dy$  为极坐标形式的二次积分, 并求其值.

TM

**四、综合题 (大题共 2 小题, 第 19 小题 10 分, 第 20 小题 12 分, 共 22 分)**

19. 过坐标原点作曲线  $y = e^x$  的切线  $l$ , 切线  $l$  与曲线  $y = e^x$  及  $y$  轴围成的平面图形标记为  $G$ , 求:
- (1) 切线  $l$  的方程;
- (2)  $G$  的面积;
- (3)  $G$  绕  $x$  轴旋转而完成的旋转体体积.
20. 若定义在区间  $(0, \pi)$  内的可导函数  $y = f(x)$  满足  $xy' = (x \cot x - 1)y$ , 且  $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2}{\pi}$ ,
- (1) 求函数  $y = f(x)$  的表达式;
- (2) 证明: 函数  $y = f(x)$  在区间  $(0, \pi)$  内单调递减.

