机密★启用前

广东省 2012 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1．已经三个数列 $\{a_n\}$、$\{b_n\}$ 和 $\{c_n\}$ 满足 $a_n \le b_n \le c_n$（$n \in N^+$），且 $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = a$，$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = c$（a、b 为常数，且 a<c），则数列 $\{b_n\}$ 必定

A．有界　　B．无界　　C．收敛　　D．发散

2．x=0 是函数 $f(x)=\begin{cases}(1-2x)^{\frac{1}{x}}, & x<0\\ e^2+x, & x\ge 0\end{cases}$ 的

A．连续点　　B．可去间断点

C．跳跃间断点　　D．第二类间断点

3．极限 $\lim\limits_{x\to\infty} 2x\sin\frac{3}{x} =$

A．0　　B．2　　C．3　　D．6

4．如果曲线 $y = ax - \frac{x^2}{x+1}$ 的水平渐近线存在，则常数 $a =$

A．2　　B．1　　C．0　　D．-1

5．设 $f(x, y)$ 为连续函数，将极坐标形式的二次积分 $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \int_0^1 f(r\cos\theta, r\sin\theta) r dr$ 化为直角坐标形式，则 $I =$

A．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_x^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$　　B．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy$

C．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_y^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$　　D．$\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_0^{\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6．设 f(x) 在点 x_0 处可导，且 $f'(x_0)=3$，则 $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\frac{f(x_0-2\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} =$ ______________.

7．若 $f(x) = \int \frac{\tan x}{x} dx$，则 $f''(\pi) =$ ______________.

8．若曲线 $y = x^3 + ax^2 + bx + 1$ 有拐点 (-1，0)，则常数 b= ______________.

9．广义积分 $\int_{-\infty}^{0} \frac{e^x}{1+e^x} dx =$ ______________.

10．设函数 $f(u)$ 可微，且 $f'(0) = \frac{1}{2}$，则 $z=f(4x^2-y^2)$ 在点 (1，2) 处的全微分

$dz\big|_{(1,2)}=$ ________.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 计算 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{1+x}\right)^{\frac{1}{\ln x}}$.

12. 设函数 y=f(x)由参数方程$\begin{cases} x=\ln\left(\sqrt{3+t^2}+t\right) \\ y=\sqrt{3+t^2} \end{cases}$所确定，求$\frac{dy}{dx}$（结果要化为最简形式）.

13. 确定函数$f(x)=(x-1)e^{\frac{\pi}{4}+\arctan x}$的单调区间和极值.

14. 求不定积分$\int\ln(1+x^2)\,dx$.

15. 设$f(x)=\begin{cases} x^3e^{x^4+1}, & -\frac{1}{2}x\le\frac{1}{2} \\ \frac{1}{x^2}, & x>\frac{1}{2} \end{cases}$，利用定积分的换元法求定积分$\int_{\frac{1}{2}}^{2}f(x-1)dx$.

16. 求微积分方程 y′′一 4y′+13y=0 满足初始条件 $y\big|_{x=0}=1, y'\big|_{x=0}=8$特解.

17. 已知二元函数$z=x(2y+1)^x$，求 $\left.\frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}\right|_{\substack{x=1\\y=2}}$.

18. 计算二重积分$\iint_D\sqrt{y^2-x}\,d\sigma$，其中 D 是由曲线 y=$\sqrt{x}$ 及直线 y=1，x=0 围成的闭区域.

四、综合题（大题共 2 小题，第 19 小题 12 分，第 20 小题 10 分，共 22 分）

19. 已知 C 经过点 M(1，0)，且曲线 C 上任意点 P(x，y)(x≠0)处的切线斜率与直线 OP（O 为坐标原点）的斜率之差等于 ax（常数 a>0）.

（1）求曲线 C 的方程；

（2）明确 a 的值，使曲线 C 与直线 y=ax 围成的平面图形的面积等于$\frac{3}{8}$.

20. 若当 x→0，函数 $f(x)=\int_0^x 2^{t^3-3t+a}dt$ 与 x 是等价无穷小量；

（1）求常数 a 的值；

（2）证明：$\frac{1}{2}\le f(2)\le 8$·