



7.  $f(x) = x^2 + 2x - 1$  在区间  $[0, 2]$  上应用拉格朗日 (Lagrange) 中值定理时, 满足定理要求的  $\xi =$  \_\_\_\_\_.

8. 若由参数方程  $\begin{cases} x = \ln \cos t \\ y = a \sec t \end{cases}$  所确定的函数  $y = y(x)$  是微分方程  $\frac{dy}{dx} = y + e^{-x}$  的解, 则常数

$a =$  \_\_\_\_\_.

9. 设二元函数  $z = \ln(xy)$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$  \_\_\_\_\_.

10. 微积分方程  $y'' + y' - 12y = 0$  的通解是  $y =$  \_\_\_\_\_. TM

### 三、计算题 (本大题共 8 小题, 每小题 6 分, 共 48 分)

11. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{e^{-x} - 1} \right)$ .

12. 设  $y = x \arcsin x - \sqrt{1 - x^2}$ , 求  $y'' \Big|_{x=0}$ .

13. 求函数  $f(x) = \log_4(4^x + 1) - \frac{1}{2}x - \log_4 2$  的单调区间和极值.

14. 计算不定积分  $\int \frac{1}{(x+2)\sqrt{x+3}} dx$ .

15. 设函数  $f(x) = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ .

(1) 求曲线  $y = f(x)$  上相应于  $0 \leq x \leq 1$  的弧段长度  $s$ ;

(2) 求由曲线  $y = f(x)$  和直线  $x=0, x=1$  及  $y=0$  围成的平面图绕  $x$  轴旋转而成的体积  $V_x$ .

16. 已知三元函数  $f(u, v, w)$  具有连续偏导数, 且  $f_v - f_w \neq 0$ . 若二元函数  $z = z(x, y)$  是由三元方程  $f(x-y, y-z, z-x) = 0$  所确定的隐函数, 计算  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$ .

17. 计算二重积分  $\iint_D (x^2 + y^2)$ , 积分区域  $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \geq 1, |x| \leq 2, |y| \leq 2\}$ .

18. 求微分方程  $(1+x^2)dy - (x - x \sin^2 y)dx = 0$  满足初始条件  $y \Big|_{x=0} = 0$  的特解.

### 四、综合题 (本大题共 2 小题, 第 19 小题 10 分, 第 20 小题 12 分, 共 22 分)

19. 已知函数  $\begin{cases} (1+3x^2)x^{\frac{1}{2}} \sin 3x + 1, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续.

(1) 求常数  $a$  的值; (2) 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(0, a)$  处的切线方程.



20. 设函数  $f(x) = \int_{\ln x}^2 e^t dt$ . (1) 求  $f'(e^2)$ ; (2) 计算定积分  $\int_1^{e^2} \frac{1}{x} f(x) dx$ .



启航专插本  
[www.qihangzcb.com](http://www.qihangzcb.com)

