

机密★启用前

## 广东省 2015 年普通高等学校本科插班生招生考试

# 高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 若当  $x \rightarrow 0$  时,  $kx + 2x^2 + 3x^3$  与  $x$  是等价无穷小, 则常数  $k =$  TM

A. 0                      B. 1                      C. 2                      D. 3
2. 已知函数  $f(x)$  在  $x_0$  处有二阶导数, 且  $f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 1$ , 则下列结论正确的是

A.  $x_0$  为  $f(x)$  的极小值点                      B.  $x_0$  为  $f(x)$  的极大值点

C.  $x_0$  为  $f(x)$  的极值点                      D.  $(x_0, f(x_0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点
3. 设  $F(x)$  是  $f(x)$  的一个原函数,  $C$  为任意实数, 则  $\int f(2x)dx =$

A.  $F(x) + C$                       B.  $F(2x) + C$

C.  $\frac{1}{2}F(2x) + C$                       D.  $2F(x) + C$
4. 若函数  $f(x) = \sqrt{1-x^2} + kx$  在区间  $[0,1]$  上满足罗尔 (Rolle) 定理的条件, 则常数  $k =$

A. -1                      B. 0                      C. 1                      D. 2
5. 下列级数中, 收敛的是

A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$                       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+1}$

C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$                       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \left(\frac{3}{4}\right)^n + \frac{1}{n^2} \right]$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 曲线  $y = \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$  的水平渐近线为  $y =$  \_\_\_\_\_.
7. 设函数  $y = f(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \tan t \\ t^3 + 2t \end{cases}$  所确定, 则  $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0} =$  \_\_\_\_\_.
8. 广义积分  $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^6} dx =$  \_\_\_\_\_.
9. 微分方程  $y' - xy = 0$  满足初始条件  $|_{x=0}$  的特解  $y =$  \_\_\_\_\_.
10. 设函数  $f(x) = \log_2 x (x > 0)$ , 则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x-\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$  \_\_\_\_\_.



**三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）**

11. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ a, & x = 1 \\ x + b, & x > 1 \end{cases}$  在点  $x = 1$  处连续，常数  $a$  和  $b$  的值.

12. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$ .

13. 设  $y = \ln \frac{e^x}{e^{x+1}}$ , 求  $y''|_{x=0}$ .

14. 计算不定积分  $\int \frac{\sqrt{x+2}}{x+3} dx$ .

TM

15. 求由曲线  $y = x \cos 2x$  和直线  $y = 0$ ,  $x = 0$  及  $\frac{\pi}{4}$  围成的平面图形的面积.

16. 将二级积分  $I = \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dy$  化为极坐标形式的二次积分，并计算  $I$  的值.

17. 求微分方程  $y'' + 2y' + 5y = 0$  满足初始条件  $y|_{x=0} = 2$ ,  $y'|_{x=0} = 0$  的特解.

18. 判定级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^{n+1}}$  的收敛性.

**四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 12 分，第 20 小题 10 分，共 22 分）**

19. 设二元函数  $z = f(x, y) = x^y \ln x (x > 0, x \neq 1)$ , 平面区域  $D = \{(x, y) | 2 \leq x \leq e, -1 \leq y \leq 1\}$ .

(1) 求微积分  $dz$ ;

(2) 求  $\iint_D f(x, y) d\sigma$ .

20. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的单调递减可导函数，且  $f(1) = 2$ , 函数  $F(x) = \int_0^x f(t) dt - x^2 -$

1.

(1) 判别曲线  $y = F(x)$  在  $\mathbb{R}$  上的凹凸性，并说明理由；

(2) 证明：方程  $F(x)$  在区间  $(0, 1)$  内有且仅有一个实根.

www.qihangzcb.com

