

机密★启用前

广东省 2015 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $kx + 2x^2 + 3x^3$ 与 x 是等价无穷小, 则常数 $k =$ TM

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3
2. 已知函数 $f(x)$ 在 x_0 处有二阶导数, 且 $f'(x_0) = 0, f''(x_0) = 1$, 则下列结论正确的是

A. x_0 为 $f(x)$ 的极小值点 B. x_0 为 $f(x)$ 的极大值点

C. x_0 为 $f(x)$ 的极值点 D. $(x_0, f(x_0))$ 是曲线 $y = f(x)$ 的拐点
3. 设 $F(x)$ 是 $f(x)$ 的一个原函数, C 为任意实数, 则 $\int f(2x)dx =$

A. $F(x) + C$ B. $F(2x) + C$

C. $\frac{1}{2}F(2x) + C$ D. $2F(x) + C$
4. 若函数 $f(x) = \sqrt{1-x^2} + kx$ 在区间 $[0,1]$ 上满足罗尔 (Rolle) 定理的条件, 则常数 $k =$

A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
5. 下列级数中, 收敛的是

A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n^2+1}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(\frac{3}{4}\right)^n + \frac{1}{n^2} \right]$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 曲线 $y = \left(1 - \frac{5}{x}\right)^x$ 的水平渐近线为 $y =$ _____.
7. 设函数 $y = f(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \tan t \\ t^3 + 2t \end{cases}$ 所确定, 则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{t=0} =$ _____.
8. 广义积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^6} dx =$ _____.
9. 微分方程 $y' - xy = 0$ 满足初始条件 $|_{x=0}$ 的特解 $y =$ _____.
10. 设函数 $f(x) = \log_2 x (x > 0)$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x-\Delta x) - f(x)}{\Delta x} =$ _____.



三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ a, & x = 1 \\ x + b, & x > 1 \end{cases}$ 在点 $x = 1$ 处连续，常数 a 和 b 的值.

12. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x - x}{x^3}$.

13. 设 $y = \ln \frac{e^x}{e^{x+1}}$, 求 $y''|_{x=0}$.

14. 计算不定积分 $\int \frac{\sqrt{x+2}}{x+3} dx$.

TM

15. 求由曲线 $y = x \cos 2x$ 和直线 $y = 0$, $x = 0$ 及 $\frac{\pi}{4}$ 围成的平面图形的面积.

16. 将二级积分 $I = \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} e^{x^2+y^2} dy$ 化为极坐标形式的二次积分，并计算 I 的值.

17. 求微分方程 $y'' + 2y' + 5y = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=0} = 2$, $y'|_{x=0} = 0$ 的特解.

18. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^{n+1}}$ 的收敛性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 12 分，第 20 小题 10 分，共 22 分）

19. 设二元函数 $z = f(x, y) = x^y \ln x (x > 0, x \neq 1)$, 平面区域 $D = \{(x, y) | 2 \leq x \leq e, -1 \leq y \leq 1\}$.

(1) 求微积分 dz ;

(2) 求 $\iint_D f(x, y) d\sigma$.

20. 已知 $f(x)$ 是定义在 \mathbb{R} 上的单调递减可导函数，且 $f(1) = 2$, 函数 $F(x) = \int_0^x f(t) dt - x^2 -$

1.

(1) 判别曲线 $y = F(x)$ 在 \mathbb{R} 上的凹凸性，并说明理由；

(2) 证明：方程 $F(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 内有且仅有一个实根.

www.qihangzcb.com

