

机密★启用前

广东省 2017 年普通高等学校本科插班生招生考试

高等数学

一、单项选择题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。每小题只有一个选项符合题目要求）

1. 下列极限等式不正确的是

A. $\lim_{n \rightarrow \infty} e^{-n} = 0$

B. $\lim_{n \rightarrow \infty} e^{\frac{1}{n}} = 1$

C. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2-1} = 0$

D. $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$

2. 若 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{a}{x}\right)^x = 4$, 则常数 $a =$

A. $\ln 2$

B. $2 \ln 2$

C. 1

D. 4

3. 设 $F(x)$ 是可导函数 $f(x)$ 的一个原函数, C 为任意常数, 则下列等式不正确的是

A. $\int f'(x) dx = f(x) + C$

B. $[\int f(x) dx]' = f(x)$

C. $\int f(x) dx = F(x) + C$

D. $\int F(x) dx = f(x) + C$

4. 已知函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 2]$ 上连续, 且 $\int_0^2 x f(x) dx = 4$, 则 $\int_0^4 f(\sqrt{x}) dx =$

A. 2

B. 4

C. 6

D. 8

5. 将二次积分 $I = \int_{-1}^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x^2 + y^2) dy$ 化为极坐标形式的二次积分, 则 $I =$

A. $\int_0^\pi d\theta \int_0^1 r f(r^2) dr$

B. $\int_0^\pi d\theta \int_0^1 f(r^2) dr$

C. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 r f(r^2) dr$

D. $\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^1 f(r^2) dr$

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

6. 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) \sim 2x$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x}{f(x)} =$ _____.

7. 若常数 $p > 1$, 则广义定积分 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx =$ _____.

8. 设二元函数 $z = f(x, y)$ 的全微分 $dz = \frac{-y}{x^2} dx + \frac{1}{x} dy$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

9. 微分方程 $y'' - 9y = 0$ 的通解为 $y =$ _____.



10. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$ 的和为_____.

三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{1 - \cos x}$.

12. 设 $y = x^{x^2} (x > 0)$, 求 y' .

13. 设函数 $f(x) = \int_1^x \sqrt{(t-1)^2 + 1} dt$, 求曲线 $y = f(x)$ 的凹凸区间和拐点.

14. 求不定积分 $\int x \cos(x+2) dx$.

15. 设 $(x-y)^3 + z + \tan z = 0$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}$.

TM

16. 求二重积分 $\iint_D e^{x^3} d\sigma$, 其中 D 是由曲线 $y = x^2$ 和直线 $x=1$ 及 $y=0$ 围成的有界闭区域.

17. 若曲线经过点 $(0, 1)$, 且该曲线上任意一点 (x, y) 处的切线斜率为 $2y + e^x$, 求这条曲线的方程.

18. 判定级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} + \frac{4^n}{n!}$ 的敛散性.

四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）

19. 设函数 $f(x) = \frac{1+x}{\sqrt{1+x^2}}$.

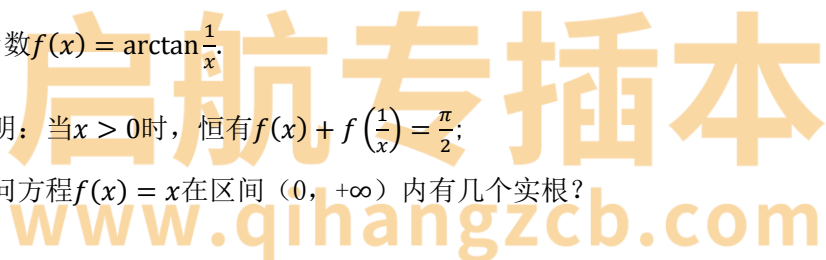
(1) 求曲线 $y = f(x)$ 的水平渐近线方程;

(2) 求曲线 $y = f(x)$ 和直线 $x=0, x=1$ 及 $y=0$ 围成的平面图形绕 x 轴旋转而成的旋转体的体积 V .

20. 已知函数 $f(x) = \arctan \frac{1}{x}$.

(1) 证明: 当 $x > 0$ 时, 恒有 $f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$;

(2) 试问方程 $f(x) = x$ 在区间 $(0, +\infty)$ 内有几个实根?



www.qihangzcb.com

