



**二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）**

6. 已知  $\begin{cases} x = \log_3 t \\ y = 3^t \end{cases}$ , 则  $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1} =$  \_\_\_\_\_.
7.  $\int_{-2}^2 (|x| + \sin x) dx =$  \_\_\_\_\_.
8.  $\int_0^{+\infty} e^{1-2x} dx =$  \_\_\_\_\_.
9. 设函数  $z = f(x + y, xy)$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} =$  \_\_\_\_\_.
10. 微分方程  $x^2 dy = y dx$  满足初始条件  $y|_{x=1} = 1$  的特解为  $y =$  \_\_\_\_\_.

**三、计算题（本大题共 8 小题，每小题 6 分，共 48 分）**

11. 确定常数  $a, b$  的值, 使函数  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+a}{x^2+1}, & x < 0 \\ b, & x = 0 \\ \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x, & x > 0 \end{cases}$  在  $x = 0$  处连续.
12. 求  $\lim_{x \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{x} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right]$ .
13. 求由方程  $(1 + y^2) \arctan y = x e^x$  所确定的隐函数的导数  $\frac{dy}{dx}$ .
14. 已知  $\ln(1 + x^2)$  是函数  $f(x)$  的一个原函数, 求  $\int x f'(x) dx$ .
15. 求由曲线  $y = 1 + \frac{\sqrt{x}}{1+x}$  和直线  $y = 0, x = 0$  及  $x = 1$  所围成的平面图形的面积  $A$ .
16. 已知二元函数  $z = \frac{xy}{1+y^2}$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ .
17. 求  $\iint_D \sqrt{1 - \frac{x}{y}} d\sigma$ , 其中  $D$  是由直线  $y = x$  和  $y = 1$  及  $x = 0$  所围成的闭区域.
18. 判定级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{|\sin n| + 2^n}$  的敛散性.

**四、综合题（本大题共 2 小题，第 19 小题 10 分，第 20 小题 12 分，共 22 分）**

19. 已知函数  $f(x)$  满足  $f''(x) - 4f(x) = 0$  且曲线  $y = f(x)$  在点  $(0,0)$  处的切线与直线  $y = 2x + 1$  平行.
- (1) 求  $f(x)$ ;
- (2) 求曲线  $y = f(x)$  的凹凸区间与拐点.
20. 已知函数  $f(x) = \int_0^x \cos t^2 dt$ .
- (1) 求  $f'(0)$ ; (2) 判断  $f(x)$  的奇偶性, 并说明理由;
- (3)  $x > 0$ , 证明:  $f(x) > x - \frac{1+\lambda}{3\lambda} x^3 (\lambda > 0)$ ;

